

# PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

---

- Quando si vuole definire in modo preciso la sintassi di un linguaggio si ricorre a una *grammatica*
- Una grammatica permette di stabilire se una sequenza di simboli (stringa) dell'alfabeto è una frase del linguaggio
- Convenzione:
  - $\varepsilon$  denota la stringa vuota
  - $X^+$  denota una stringa non vuota costruibile da  $X$
  - $X^* = X^+ \cup \{\varepsilon\}$

# PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

---

- Quando si vuole definire in modo preciso la sintassi di un linguaggio si ricorre a una *grammatica*
- $G=(V_n, V_t, P, S)$ 
  - dove  $V_n$  e' un insieme di *simboli non terminali*
  - $V_t$  e' un insieme di *simboli terminali*
  - $P$  e' un insieme di *produzioni* (o *regole di riscrittura*)  
 $\alpha \rightarrow \beta$  scritta anche come  $\alpha ::= \beta$   
dove  $\alpha \in (V_n \cup V_t)^+$   $\beta \in (V_n \cup V_t)^*$
  - $S$  è lo *scopo* della grammatica (o *simbolo iniziale*)
- Data la produzione  $\alpha \rightarrow \beta$  allora per ogni  $\mu, \nu \in (V_n \cup V_t)^*$  si dice che  $\mu\beta\nu$  è *derivabile* da  $\mu\alpha\nu$  in un passo

# PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

---

- Data la produzione  $\alpha \rightarrow \beta$  allora per ogni  $\mu, \nu \in (V_n \cup V_t)^*$  si dice che  $\mu\beta\nu$  è *derivabile* da  $\mu\alpha\nu$  in un passo
- La nozione di derivabilità può essere estesa a derivabilità in zero o più passi attraverso la chiusura riflessiva e transitiva ( $\rightarrow^*$ ) della relazione  $\rightarrow$ .

$$\alpha \rightarrow^* \alpha$$

$$\alpha \rightarrow^* \beta \text{ se } \alpha \rightarrow \gamma \text{ e } \gamma \rightarrow^* \beta$$

- Si definisce linguaggio  $L(G)$  individuato dalla grammatica  $G$  l'insieme di stringhe formate da simboli terminali derivabili dallo scopo della grammatica

$$L(G) = \{ \alpha \mid \alpha \in V_t \text{ e } S \rightarrow^* \alpha \}$$

# ESEMPIO

---

- $G=(V_n, V_t, P, S)$
- $V_n = \{U, V, Z\}$
- $V_t = \{0, 1\}$
- $P = \{ Z ::= U0 \mid V1$   
 $U ::= Z1 \mid 1$   
 $V ::= Z0 \mid 0 \}$
- $P = \{01, 0101, 0110, 1010, 10, \dots \}$

*Il simbolo  $\mid$  rappresenta  
la disgiunzione*

# CLASSIFICAZIONE DELLE GRAMMATICHE

---

- Tipo 0: *ricorsivamente enumerabile*
  - quando le stringhe che appaiono nella produzioni  $\alpha \rightarrow \beta$  non sono soggette ad alcuna limitazione ( $\alpha$  e  $\beta$  non vuote)
- Tipo 1: *dipendente dal contesto*
  - quando le produzioni  $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \pi \beta$  dove  $A$  è un non terminale e  $\pi$  è non vuota
- Tipo 2: *libera dal contesto*
  - quando le produzioni sono limitate a  $A \rightarrow \pi$  dove  $A$  è un non terminale e  $\pi$  è non vuota
- Tipo 3: *regolare (a stati finiti)*
  - quando le produzioni sono limitate a  $A \rightarrow a$  o  $A \rightarrow aB$  o  $A \rightarrow Ba$  dove  $A$  e  $B$  sono non terminali e  $a$  è un terminale

# CLASSIFICAZIONE DELLE GRAMMATICHE

---

- Tipo 3: *regolare (a stati finiti)*
  - quando le produzioni sono limitate a  $A \rightarrow a$  o  $A \rightarrow aB$  o  $A \rightarrow Ba$  dove  $A$  e  $B$  sono non terminali e  $a$  è un terminale
  - Le grammatiche del tipo  $A \rightarrow aB$  si dicono *lineari a destra*
  - Le grammatiche del tipo  $A \rightarrow Ba$  si dicono *lineari a sinistra*

$G=(V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{U, V, Z\}$

$V_t = \{0, 1\}$

$P = \{ Z ::= U0 \mid V1$

$U ::= Z1 \mid 1$

$V ::= Z0 \mid 0 \}$

*Grammatica lineare a sinistra*

# ANALISI SINTATTICA

---

- Data una grammatica  $G$  il problema di verificare se una stringa  $\alpha$  appartiene al linguaggio  $L(G)$  si dice *analisi sintattica* o *parsing* di  $\alpha$
- Un caso semplice di analisi sintattica è quello dell'analisi dei linguaggi regolari (derivanti da grammatiche di tipo 3). Tale analisi è nota come *analisi lessicale* e può essere risolta da un *automa a stati finiti*

# AUTOMI RICONOSCITORI

---

- Come definire un automa a stati finiti per il riconoscimento di una grammatica regolare sinistra:
  - Esiste uno stato per ogni simbolo non terminale più uno stato iniziale  $I$
  - Lo scopo della grammatica corrisponde allo stato finale
  - Per ogni produzione di tipo  $A \rightarrow Ba$  c'è un arco dallo stato  $B$  allo stato  $A$  etichettato con il terminale  $a$
  - Per ogni produzione di tipo  $A \rightarrow a$  c'è un arco dallo stato iniziale  $I$  allo stato  $A$  etichettato con il terminale  $a$



# AUTOMI RICONOSCITORI

---

- Come definire un automa a stati finiti per il riconoscimento di una grammatica regolare destra:
  - Esiste uno stato per ogni simbolo non terminale più uno stato finale  $F$
  - Lo scopo della grammatica corrisponde allo stato iniziale
  - Per ogni produzione di tipo  $A \rightarrow aB$  c'è un arco dallo stato  $A$  allo stato  $B$  etichettato con il terminale  $a$
  - Per ogni produzione di tipo  $A \rightarrow a$  c'è un arco dallo stato  $A$  allo stato finale  $F$  etichettato con il terminale  $a$

# ESEMPIO

---

$G=(V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{U, V, Z\}$

$V_t = \{0, 1\}$

$P = \{ Z ::= U0 \mid V1$

$U ::= Z1 \mid 1$

$V ::= Z0 \mid 0 \}$

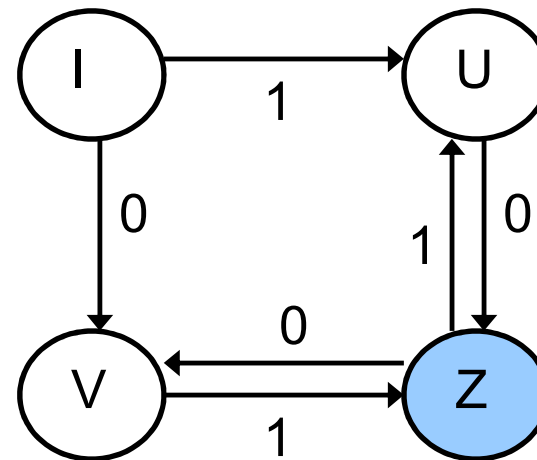
Nota:

$Z ::= U0 \mid V1$

si scrive come

$Z \rightarrow U0$

$Z \rightarrow V1$



# REALIZZAZIONE IN PROLOG

---

- Per realizzare in Prolog un automa riconoscitore, le transizioni di stato vengono memorizzate da fatti del tipo  
`f(Stato, SimboloIngresso, NuovoStato)`

e lo stato finale come

`finale(Stato)`

- Se la stringa da riconoscere è memorizzata in una lista che chiamiamo `Input`, la struttura dell'analizzatore è la seguente

`accept(Input, Stato)`

dove `Stato` è lo stato corrente

# REALIZZAZIONE IN PROLOG

---

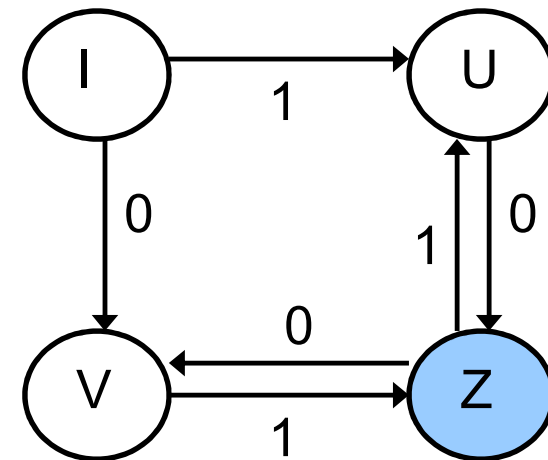
```
accept([],Stato):- finale(Stato).  
accept([Simbolo|Input],Stato):-  
    f(Stato, Simbolo, NuovoStato),  
    accept(Input, NuovoStato).
```

- Esempio

```
f(u,0,z). f(z,0,v). f(i,0,v).  
f(i,1,u). f(v,1,z). f(z,1,u).  
finale(z).
```

```
:-accept([0101],i).
```

yes



# AUTOMI RICONOSCITORI

---

- La realizzazione di automi riconoscitori in Prolog per grammatiche regolari è semplice.
- Le grammatiche regolari definiscono linguaggi poco espressivi. Una classe di grammatiche importanti è quella delle grammatiche libere da contesto *context free* perché sono alla base dei linguaggi di programmazione.
- Il problema dell'analisi sintattica per le grammatiche context free è un problema decidibile:
  - si può sempre tradurre una grammatica libera da contesto in un insieme di clausole Prolog e usare la risoluzione per effettuare l'analisi sintattica.

# ANALISI SINTATTICA IN PROLOG

---

- Consideriamo l'analisi sintattica di tipo *top-down*
  - Questo metodo, a partire dallo scopo della grammatica, usa le produzioni come regole di riscrittura e cerca di derivare una stringa uguale alla stringa da riconoscere.
- Vediamo due metodi top down:
  - Metodo dell'automa a pila (stack)
    - simulando il comportamento di un automa a pila, vengono analizzate le produzioni applicabili dal simbolo affiorante sullo stack
  - Metodo ricorsivo discendente
    - simula una derivazione left most attraverso procedure ricorsive, ciascuna della quali corrisponde a una delle produzioni relative a un simbolo non terminale

# ANALISI SINTATTICA IN PROLOG

---

- NOTA: i metodi top-down suddetti non sono applicabili al caso di grammatiche ricorsive a sinistra perché possono entrare in un ciclo infinito.

$$X \rightarrow^* X\alpha \quad \alpha \in V_n^*$$

- E' necessaria quindi una trasformazione che elimina la ricorsione a sinistra.

# METODO DELL'AUTOMA A PILA

---

- Utilizziamo due termini **sn/1** e **st/1** per denotare i simboli non terminali e terminali
- Le regole di produzione sono definite da fatti del tipo **rule (<non terminale>, <parte destra>)** .
- Se la stringa da riconoscere è memorizzata in una lista che chiamiamo **Input**, la struttura dell'analizzatore è la seguente

**predict (Input, Stack)**

dove **Stack** è lo stack corrente in cui inizialmente viene posto lo scopo della grammatica



## METODO DELL'AUTOMA A PILA

---

```
predict([], []).
```

```
predict(Input, [sn(N) | Stack]) :-
```

```
    rule(sn(N), ParteDestra),
```

```
    append(ParteDestra, Stack, NewStack),
```

```
    predict(Input, NewStack).
```

```
predict([N | Input], [st(N) | Stack]) :-
```

```
    predict(Input, Stack).
```

# METODO DELL'AUTOMA A PILA

---

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T$   
 $T ::= a \}$

$S = E$

```
rule (sn(E) , [sn(T) , st(+) , sn(T) ]) .  
rule (sn(E) , [sn(T) ]) .  
rule (sn(T) , [st(a) ]) .  
  
:- predict([a,+ ,a,+ ,a] , [sn(e) ]) .  
yes  
  
:- predict([a,+ ,+ ,a] , [sn(e) ]) .  
no
```

# METODO RICORSIVO DISCENDENTE

---

- Le regole di produzione coincidono con clausole Prolog e i simboli terminali e non terminali con predicati.
  - Distinzione tra terminali e non terminali non è più necessaria
- Gli argomenti dei predicati corrispondenti a ogni simbolo  $x$  sono: una lista di simboli in ingresso e una lista di simboli in uscita
  - la lista di uscita è una sottolista della lista di ingresso a cui sono stati eliminati
    - gli elementi derivati a partire dal non terminale  $x$ , applicando le opportune produzioni
    - $x$  stesso se è un terminale.

# METODO RICORSIVO DISCENDENTE

---

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$

$S = E$

```
e(ListIn,ListOut):-
    t(ListIn,ListTemp),
    piu(ListTemp,ListTemp1),
    e(ListTemp1,ListOut).
e(ListIn,ListOut):-
    t(ListIn,ListOut).
t(ListIn,ListOut):-
    a(ListIn,ListOut).
a([a|List],List).
piu([+|List],List).

:- e([a,+,a,+,a],[ ]).
yes

:- e([a,+,+,a],[ ]).
no
```

# METODO RICORSIVO DISCENDENTE

---

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T$   
 $\quad T ::= a \}$

$S = E$

Versione più efficiente

```
e([a,+|ListIn],ListOut):-!,
    e(ListIn,ListOut).
e([a],[ ]).

:- e([a,+,a,+,a],[ ]).
yes

:- e([a,+,+,a],[ ]).
no
```

# DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

---

- Le *Definite Clause Grammars* sono un'estensione delle grammatiche libere da contesto e rappresentano *descrizioni eseguibili* di una grammatica
- La semantica delle DCG può essere data traducendole nei corrispondenti programmi Prolog, che sono analizzatori sintattici per le grammatiche stesse.
- Nel formalismo delle DCG una grammatica è rappresentata come un insieme di fatti Prolog dove:
  - ogni produzione è un termine Prolog con funtore `-->` (operatore binario infisso)
  - i simboli non terminali sono rappresentati come atomi
  - i simboli terminali sono rappresentati tra parentesi quadre
  - `[]` indica la stringa vuota

## DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

---

- Vediamo una grammatica che definisce un frammento di linguaggio naturale (lo scopo è il non terminale frase)

```
frase --> fraseNominale, fraseVerbale.
```

```
fraseNominale --> articolo, nome, fraseRelativa.
```

```
fraseVerbale --> verbo, fraseNominale.
```

```
fraseRelativa --> [che], fraseVerbale.
```

```
fraseRelativa --> [].
```

```
articolo --> [il].
```

```
articolo --> [un].
```

```
nome --> [cane].
```

```
nome --> [gatto].
```

```
verbo --> [ama].
```

```
verbo --> [mangia].
```

# DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

---

- Una grammatica espressa mediante DCG può essere facilmente tradotta in un programma Prolog che definisce l'analizzatore della grammatica.
  - Tale programma contiene una clausola per ogni produzione

```
frase --> fraseNominale, fraseVerbale.
```

```
frase(ListIn,ListOut):-  
    fraseNominale(ListIn, ListTemp),  
    fraseVerbale(ListTemp,ListOut).
```

```
articolo --> [il].  
articolo([il|List],List).
```



## DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

---

- Poiché frase è lo scopo della grammatica, per verificare se una stringa L è una frase generata dalla grammatica, si deve fornire il goal

```
:-frase([il,cane,mangia,un,gatto],[ ]).
```

- Esistono interessanti estensioni delle DCG per rappresentare grammatiche che definiscono linguaggi più espressivi:
  - uso di parametri/argomenti per i simboli del linguaggio
  - possibilità di associare a una produzione un insieme di predicati Prolog che vengono valutati quando la produzione viene utilizzata

# DGC ESTESA

---

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T$

$T ::= a \}$

$S = E$

## Versione DCG

$e \rightarrow t, [+], e.$

$e \rightarrow t.$

$t \rightarrow [a].$

## Versione DCG estesa

$e(\text{piu}(X, Y)) \rightarrow t(X), [+], e(Y).$

$e(X) \rightarrow t(X).$

$t(a) \rightarrow [a].$

# DGC ESTESA

---

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$

$S = E$

## Versione DCG estesa

```
e(piu(X,Y)) --> t(X), [+], e(Y).  
e(X) --> t(X).  
t(a) --> [a].
```

## Programma Prolog corrispondente

```
e(piu(X,Y),Lin,Lout):-  
    t(X,Lin,Lt),piu(Lt,Lt1),  
    e(Y,Lt1,Lout).  
e(X,Lin,Lout):- t(X,Lin,Lout).  
t(a,Lin,Lout):- a(Lin,Lout).  
piu([+|L],L).  
a([a|L],L).
```

# DGC ESTESA

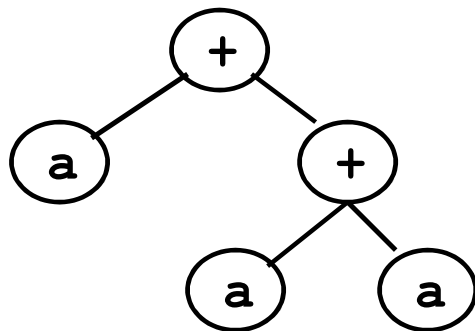
- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$



Programma Prolog corrispondente

```
e(piu(X,Y),Lin,Lout):-  
    t(X,Lin,Lt),piu(Lt,Lt1),  
    e(Y,Lt1,Lout).  
e(X,Lin,Lout):-t(X,Lin,Lout).  
t(a,Lin,Lout):-a(Lin,Lout).  
piu([+|L],L).  
a([a|L],L).
```

Il goal

```
:-e(X, [a,+,a,+,a], []).  
yes X = piu(a,piu(a,a)).  
STRUTTURA DI UN ALBERO SINTATTICO  
ASTRATTO
```

# NOTAZIONI INFISSE PREFISSE E POSTFISSE

---

- Dove posizionare gli operandi rispetto agli operatori ?
  - **prima** → **notazione *prefissa***  
*Esempio: + a b*
  - **dopo** → **notazione *postfissa***  
*Esempio: a b +*
  - **in mezzo** → **notazione *infissa***  
*Esempio: a + b*
- Le notazioni prefissa e postfissa non hanno problemi di priorità e/o associatività degli operatori
- La notazione infissa richiede **regole di priorità e associatività**

# NOTAZIONI INFISSE PREFISSE E POSTFISSE

---

- Notazione prefissa:

**\* + 4 5 6**

- *si legge come  $(4 + 5) * 6$*
- *denota quindi 54*

- Notazione postfissa:

**4 5 6 + \***

- *si legge come  $4 * (5 + 6)$*
- *denota quindi 44*

# DGC

---

- Caratteristica importante nelle DCG è che i predicati Prolog possono apparire nella parte destra di una regola
- Quindi, si può tradurre un'espressione appartenente al linguaggio  $L(G)$  in notazione polacca postfissa, senza generare l'albero sintattico astratto

$$G = (V_n, V_t, P, S)$$

$$V_n = \{E, T\}$$

$$V_t = \{+, a\}$$

$$P = \{ E ::= T + E \mid T \\ T ::= a \}$$

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, r.  
r --> [].  
t --> [a].
```

# DGC

---

- Il programma Prolog corrispondente deve contenere alcune chiamate al predicato `write/1` per ottenere la stampa della polacca postfissa

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, r.  
r --> [].  
t --> [a].
```

- Prima modifica della grammatica

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, {write(+)}, r.  
r --> [].  
t --> [a] , {write(a)}.
```



# DGC

---

- Prima modifica della grammatica

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, {write(+)}, r.  
r --> [].  
t --> [a] , {write(a)}.
```

- Programma Prolog corrispondente

```
e(Lin,Lout):- t(Lin,Lt), r(Lt,Lout).  
r(Lin,Lout):- piu(Lin,Lt), t(Lt,Lt1),  
               write(+), r(Lt1,Lout).  
r(L,L).  
t(Lin,Lout):- a(Lin,Lout), write(a).  
piu([+|L],L).  
a([a|L],L).
```