

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale

Non sempre e' facile rappresentare frasi del linguaggio naturale in logica.

“Esiste un cane nero”

Se il dominio dell'interpretazione (universo del discorso) e' solo di cani:

$\exists X \text{ nero } (X).$

Se il dominio ha anche altri oggetti che non sono cani, devo aggiungere la proprieta` di essere cani:

$\exists X (\text{nero } (X) \wedge \text{cane}(X)).$

Errore !:

$\exists X (\text{cane}(X) \rightarrow \text{nero } (X))$ e' equivalente a $\exists X (\text{nero } (X) \vee \neg \text{cane}(X)).$

Tale formula e' vera in ogni dominio per cui c'e' un oggetto nero o c'e' un oggetto che non e' un cane.

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“Tutti i corvi sono neri”

Se il dominio dell'interpretazione (universo del discorso) e' solo di corvi:

$$\forall X \text{ nero } (X).$$

Se il dominio ha anche altri oggetti che non sono corvi devo aggiungere la proprieta` di essere corvi:

$$\forall X (\text{corvo } (X) \rightarrow \text{nero}(X)).$$

Diverso significato:

$\forall X (\text{corvo}(X) \wedge \text{nero } (X))$ è equivalente a:

$$\forall X (\text{nero } (X)) \wedge \forall X (\text{corvo}(X)).$$

Tutti gli oggetti del dominio sono corvi e sono neri

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“Tutte le scimmie sono fuggite su un albero”

Il dominio contiene differenti oggetti:
(scimmie, alberi + il predicato fuggire)

Procedimento Top-down:

$$\forall X (\text{scimmia}(X) \rightarrow A(X)).$$

Dove $A(X)$ e` una formula logica non atomica che rappresenta “X e’ fuggito su un albero”, ovvero esiste un albero su cui X e’ fuggito:

$$\exists Y (\text{albero}(Y) \wedge \text{fugge}(X,Y)).$$

Dunque:

$$\forall X \exists Y (\text{scimmia}(X) \rightarrow \text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y)).$$

Significato, alberi possibilmente diversi per scimmie diverse (l’albero dipende da X)

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

Altro significato:

“Tutte le scimmie sono fuggite sullo stesso albero”

In altro modo:

Esiste un albero su cui sono fuggite tutte le scimmie

Procedimento Top-down:

$\exists Y (\text{albero}(Y) \wedge \forall X (\text{scimmia}(X) \rightarrow \text{fugge}(X,Y)))$

Errore!

$\forall X \exists Y (\text{scimmia}(X) \wedge \text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y)).$

Ovvero:

$\forall X \text{scimmia}(X) \wedge \exists Y (\text{fugge}(X,Y) \wedge \text{albero}(Y)).$

Afferma che tutti gli oggetti sono scimmie e tutti gli oggetti sono fuggiti sull'albero.

Logica dei Predicati e Linguaggio Naturale (cont.)

“esiste una tartaruga che e' piu' vecchia di ogni essere umano”

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \wedge C(X)).$$

Dove $C(X)$ e' una formula logica non atomica che rappresenta “X e' piu' vecchio di tutti gli esseri umani”:

$$\forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y).$$

Dunque:

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \wedge \forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y)).$$

Sbagliata:

$$\exists X (\text{tartaruga}(X) \rightarrow \forall Y \text{ umano}(Y) \rightarrow \text{piu-vecchio}(X,Y)).$$

(Significato vero se non esistono tartarughe mentre la frase originale lo afferma)